

2020年广州市初中毕业生学业考试

数 学

本试卷分选择题和非选择题两部分，共三大题 25 小题，共 4 页，满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必在答题卡第 1 面、第 3 面、第 5 面上用黑色字迹的钢笔或签字笔填写自己的考生号、姓名；填写考点考场号、座位号，再用 2B 铅笔把对应这两个号码的标号涂黑。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，涉及作图的题目，用 2B 铅笔画图。答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；改动的答案也不能超出指定的区域。不准使用铅笔、圆珠笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 选择题（共 30 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 广州市作为国家公交都市建设示范城市，市内公共交通日均客运量已达 15 233 000 人次。将 15 233 000 用科学记数法表示应为（ * ）。

- (A) 152.33×10^5 (B) 15.233×10^6 (C) 1.5233×10^7 (D) 0.15233×10^8

2. 某校饭堂随机抽取了 100 名学生，对他们最喜欢的套餐种类进行问卷调查后（每人选一种），绘制了如图 1 的条形统计图，根据图中的信息，学生最喜欢的套餐种类是（ * ）。

- (A) 套餐一 (B) 套餐二
(C) 套餐三 (D) 套餐四

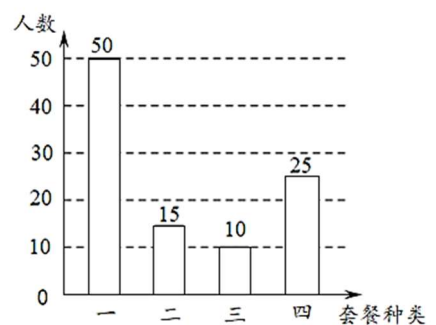


图 1

3. 下列运算正确的是（ * ）。

- (A) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ (B) $2\sqrt{a} \times 3\sqrt{a} = 6\sqrt{a}$
(C) $x^5 \cdot x^6 = x^{30}$ (D) $(x^2)^5 = x^{10}$

4. $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 的中点, 连接 DE , 若 $\angle C=68^\circ$, 则 $\angle AED = (*)$.

- (A) 22° (B) 68° (C) 96° (D) 112°

5. 如图 2 所示的圆锥, 下列说法正确的是 (*).

- (A) 该圆锥的主视图是轴对称图形
 (B) 该圆锥的主视图是中心对称图形
 (C) 该圆锥的主视图既是轴对称图形, 又是中心对称图形
 (D) 该圆锥的主视图既不是轴对称图形, 又不是中心对称图形

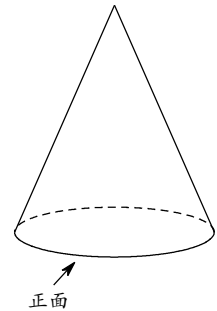


图2

6. 一次函数 $y = -3x + 1$ 的图象过点 $(x_1, y_1), (x_1 + 1, y_2), (x_1 + 2, y_3)$, 则 (*).

- (A) $y_1 < y_2 < y_3$ (B) $y_3 < y_2 < y_1$ (C) $y_2 < y_1 < y_3$ (D) $y_3 < y_1 < y_2$

7. 如图 3, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=5$, $\cos A = \frac{4}{5}$, 以点 B 为圆心, r 为半径作 $\odot B$, 当 $r=3$ 时, $\odot B$ 与 AC 的位置关系是 (*).

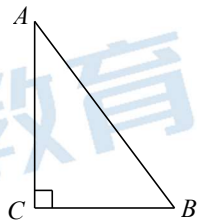


图3

- (A) 相离 (B) 相切 (C) 相交 (D) 无法确定

8. 往直径为 52 cm 的圆柱形容器内装入一些水以后, 截面如图 4 所示, 若水面宽 $AB = 48$ cm, 则水的最大深度为 (*).

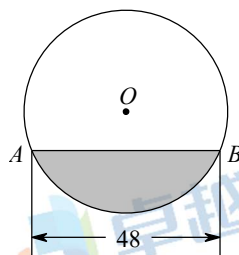


图4

- (A) 8 cm (B) 10 cm (C) 16 cm (D) 20 cm

9. 直线 $y = x + a$ 不经过第二象限, 则关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 实数解的个数是 (*).

- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 1 个或 2 个

10. 如图 5, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O , $AB=6$, $BC=8$, 过点 O 作 $OE \perp AC$, 交 AD 于点 E , 过点 E 作 $EF \perp BD$, 垂足为 F , 则 $OE+EF$ 的值为 (*).

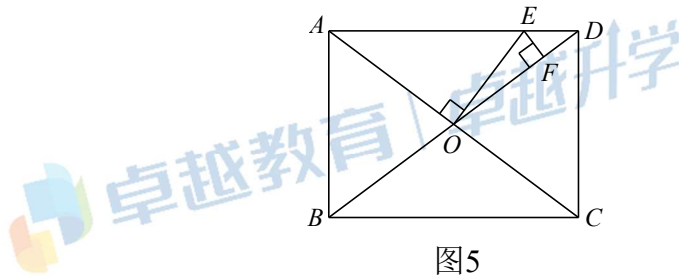


图5

- (A) $\frac{48}{5}$ (B) $\frac{32}{5}$ (C) $\frac{24}{5}$ (D) $\frac{12}{5}$

第二部分 非选择题 (共 120 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

11. 已知 $\angle A=100^\circ$, 则 $\angle A$ 的补角等于 * $^\circ$.

12. 计算: $\sqrt{20}-\sqrt{5} =$ *.

13. 方程 $\frac{x}{x+1} = \frac{3}{2x+2}$ 的解是 *.

14. 如图 6, 点 A 的坐标为 $(1, 3)$, 点 B 在 x 轴上, 把 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移到 $\triangle ECD$, 若四边形 $ABDC$ 的面积为 9, 则点 C 的坐标为 *.

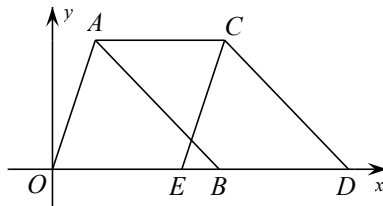


图6

15. 如图 7, 正方形 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle AB'C'$, AB' , AC' 分别交对角线 BD 于点 E , F , 若 $AE=4$, 则 $EF \cdot ED$ 的值为 *.

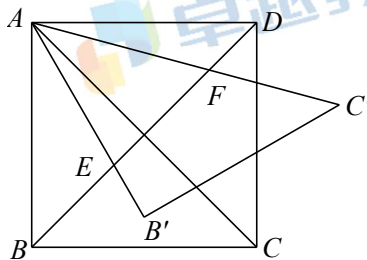


图7

16. 对某条线段的长度进行了 3 次测量，得到 3 个结果（单位：mm）9.9，10.1，10.0，若用 a 作为这条线段长度的近似值，当 $a = \underline{\quad}^* \text{mm}$ 时， $(a-9.9)^2 + (a-10.1)^2 + (a-10.0)^2$ 最小. 对另一条线段的长度进行了 n 次测量，得到 n 个结果（单位：mm） x_1, x_2, \dots, x_n ，若用 x 作为这条线段长度的近似值，当 $x = \underline{\quad}^* \text{mm}$ 时， $(x-x_1)^2 + (x-x_2)^2 + \dots + (x-x_n)^2$ 最小.

三、解答题（本大题共 9 小题，满分 102 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. （本小题满分 9 分）

解不等式组：
$$\begin{cases} 2x-1 \geq x+2, \\ x+5 < 4x-1. \end{cases}$$

18. （本小题满分 9 分）

如图 8， $AB = AD$ ， $\angle BAC = \angle DAC = 25^\circ$ ， $\angle D = 80^\circ$. 求 $\angle BCA$ 的度数.

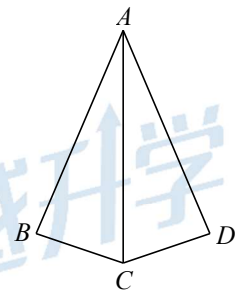


图8

19. （本小题满分 10 分）

已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分别位于第二、第四象限，

化简：
$$\frac{k^2}{k-4} - \frac{16}{k-4} + \sqrt{(k+1)^2 - 4k}.$$

20. （本小题满分 10 分）

为了更好地解决养老问题，某服务中心引入优质社会资源为甲，乙两个社区共 30 名老人提供居家养老服务，收集得到这 30 名老人的年龄(单位：岁)如下：

甲社区	67	68	73	75	76	78	80	82	83	84	85	85	90	92	95
乙社区	66	69	72	74	75	78	80	81	85	85	88	89	91	96	98

根据以上信息解答下列问题：

- 求甲社区老人年龄的中位数和众数；
- 现从两个社区年龄在 70 岁以下的 4 名老人中随机抽取 2 名了解居家养老服务情况，求这 2 名老人恰好来自同一个社区的概率.

21. (本小题满分 12 分)

如图 9, 平面直角坐标系 xOy 中, $\square OABC$ 的边 OC 在 x 轴上, 对角线 AC , OB 交于点 M , 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 $A(3, 4)$ 和点 M .

- (1) 求 k 的值和点 M 的坐标;
- (2) 求 $\square OABC$ 的周长.

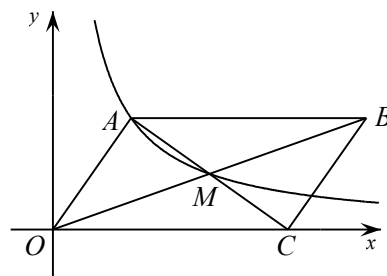


图9

22. (本小题满分 12 分)

粤港澳大湾区自动驾驶产业联盟积极推进自动驾驶出租车应用落地工作, 无人化是自动驾驶的终极目标. 某公交集团拟在今明两年共投资 9000 万元改装 260 辆无人驾驶出租车投放市场. 今年每辆无人驾驶出租车的改装费用是 50 万元, 预计明年每辆无人驾驶出租车的改装费用可下降 50%.

- (1) 求明年每辆无人驾驶出租车的预计改装费用是多少万元;
- (2) 求明年改装的无人驾驶出租车是多少辆.

23. (本小题满分 12 分)

如图 10, $\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = \angle ADB$.

- (1) 作点 A 关于 BD 的对称点 C ;
(要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)
- (2) 在 (1) 所作的图中, 连接 BC , DC , 连接 AC , 交 BD 于点 O .

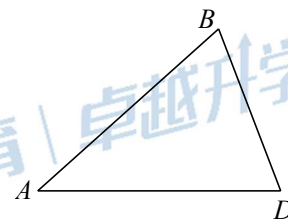


图10

- ①求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;
- ②取 BC 的中点 E , 连接 OE , 若 $OE = \frac{13}{2}$, $BD = 10$, 求点 E 到 AD 的距离.

24. (本小题满分 14 分)

如图 11, $\odot O$ 为等边 $\triangle ABC$ 的外接圆, 半径为 2, 点 D 在劣弧 \widehat{AB} 上运动 (不与点 A, B 重合), 连接 DA, DB, DC .

- (1) 求证: DC 是 $\angle ADB$ 的平分线;
- (2) 四边形 $ADBC$ 的面积 S 是线段 DC 的长 x 的函数吗? 如果是, 求出函数解析式; 如果不是, 请说明理由;
- (3) 若点 M, N 分别在线段 CA, CB 上运动 (不含端点), 经过探究发现, 点 D 运动到每一个确定的位置, $\triangle DMN$ 的周长有最小值 t , 随着点 D 的运动, t 的值会发生变化, 求所有 t 值中的最大值.

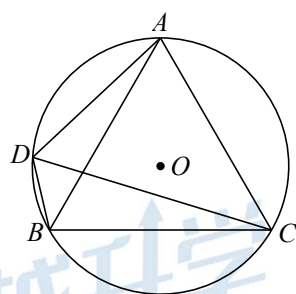


图11

25. (本小题满分 14 分)

平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $G: y = ax^2 + bx + c$ ($0 < a < 12$) 过点 $A(1, c - 5a)$, $B(x_1, 3)$,

$C(x_2, 3)$, 顶点 D 不在第一象限, 线段 BC 上有一点 E , 设 $\triangle OBE$ 的面积为 S_1 , $\triangle OCE$ 的面积为 S_2 ,

$$S_1 = S_2 + \frac{3}{2}.$$

- (1) 用含 a 的式子表示 b ;
- (2) 求点 E 的坐标;
- (3) 若直线 DE 与抛物线 G 的另一个交点 F 的横坐标为 $\frac{6}{a} + 3$, 求 $y = ax^2 + bx + c$ 在 $1 < x < 6$ 时的取值范围 (用含 a 的式子表示).